ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α′ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΤΡΙΓΩΝΑ

ΘΕΜΑ 1ο:

α) Αντιστοιχίστε: 'Σε ένα τρίγωνο οι .... είναι ....'

πλευρές	
κορυφές	
διάμεσος	Κύρια στοιχεία
διχοτόμος	Δευτερεύοντα στοιχεία
γωνίες	
ύψος	

β) Αντιστοιχίστε: 'Αν δ η απόσταση του κέντρου ενός κύκλου από μια ευθεία, τότε η ευθεία έχει .... κοινά σημεία με τον κύκλο όταν ....'

0 κοινά σημεία	δ<Ρ
1 κοινό σημείο	δ>Ρ
2 δύο κοινά σημεία	δ=Ρ

γ) Αντιστοιχίστε: 'Αν (Κ, Ρ) και (Λ, ρ) είναι δύο κύκλοι με διαφορετικά κέντρα και Ρ >ρ, ΚΛ=δ, τότε:

	1) δ>Ρ+ρ
Α) Ο κύκλος (Λ, ρ) είναι εσωτερικός του (Κ, Ρ)	2) δ=Ρ+ρ
Β) Ο κύκλος (Λ, ρ) εφάπτεται εσωτερικά του (Κ, Ρ)	3) δ=Ρ−ρ
Γ) Οι δύο κύκλοι τέμνονται.	4) δ<Ρ−ρ
Δ) Οι δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.	5) 2δ=Ρ−ρ
Ε) Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.	6) ρ<δ<Ρ
	7) 2δ=Ρρ
	8) Ρ− ρ<δ<Ρ+ρ

δ) Σωστό - Λάθος:

Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν όλες τις γωνίες τους ίσες.	Σ	Λ
Ομόλογες λέγονται οι πλευρές που βρίσκονται απέναντι από ίσες γωνίες.	Σ	Λ
Δύο τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές ίσες και μία γωνία ίση είναι ίσα.	Σ	Λ
Σε ένα τρίγωνο, η διχοτόμος της γωνίας μιας κορυφής είναι και διάμεσος και ύψος	Σ	Λ
Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, τότε και τα αντίστοιχα στοιχεία τους είναι ίσα	Σ	Λ
Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τρεις γωνίες ίσες και μία πλευρά ίση.	Σ	Λ
Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, (ΑΒ=ΑΓ), η διχοτόμος της γωνίας Α είναι μεσοκάθετος της βάσης.	Σ	Λ
Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες, τότε είναι ίσα.	Σ	Λ
Ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο, όταν μία γωνία του είναι οξεία.	Σ	Λ
Ένα τρίγωνο είναι σκαληνό όταν δύο πλευρές του είναι άνισες.	Σ	Λ
Ένα σημείο βρίσκεται στη μεσοκάθετο ενός τμήματος ΑΒ όταν ισαπέχει από τα άκρα του.	Σ	Λ
Δυο τόξα είναι ίσα όταν οι αντίστοιχες χορδές είναι ίσες.	Σ	Λ
Για κάθε τρίγωνο υπάρχει σημείο του επιπέδου που ισαπέχει από τις κορυφές του.	Σ	Λ
Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.	Σ	Λ
Το συμμετρικό ενός σημείου ως προς κέντρο συμμετρίας το ίδιο το σημείο είναι το ίδιο το σημείο.	Σ	Λ
Ένα ευθύγραμμο τμήμα έχει άξονα συμμετρίας το μέσο του.	Σ	Λ
Ένα ευθύγραμμο τμήμα έχει άξονα συμμετρίας τη μεσοκάθετό του.	Σ	Λ
Κάθε τρίγωνο έχει άξονα συμμετρίας το φορέα του ύψους του.	Σ	Λ
Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει άξονα συμμετρίας το φορέα του ύψους του.	Σ	Λ
Ο κύκλος έχει κέντρο συμμετρίας το κέντρο του.	Σ	Λ
Σε κάθε κύκλο, το συμμετρικό κάθε σημείου του είναι το αντιδιαμετρικό του.	Σ	Λ
Το συμμετρικό μιας ημευθείας ως προς κέντρο συμμετρίας την αρχή της είναι η αντικείμενη ημιευθεία.	Σ	Λ
Η διχοτόμος μιας γωνίας ενός σκαληνού τριγώνου είναι άξονας συμμετρίας του τριγώνου.	Σ	Λ
Αν ένα τρίγωνο έχει δύο γωνίες ίσες, τότε είναι ισοσκελές.	Σ	Λ
Αν β>γ σε τρίγωνο ΑΒΓ, τότε για τις αντίστοιχες γωνίες ισχύει: Β=Γ	Σ	Λ
Με τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ=9, ΒΓ=11 και ΑΓ=13, μπορούμε να σχηματίσουμε τρίγωνο.	Σ	Λ

ε) Βρείτε το σωστό (περισσότερες της μιας σωστές απαντήσεις):

- Η σχέση μιας εξωτερικής γωνίας A_E τριγώνου με την αντίστοιχη εσωτερική Α είναι:
  - 1) $A_E = A$ 2) $A_E + A = 90$ 3) $A_E + A = 180$ 4) $A_E = 180 - A$
- Η κάθετη από το κέντρο ενός κύκλου διχοτομεί:
  - 1) τη χορδή 2) τη χορδή και τη διάμετρο 3) τη χορδή και το αντίστοιχο τόξο
- Έστω ευθεία ε και σημείο Α εκτός αυτής. Αν ΑΒ $\perp$ε και ΑΓ $\perp$ε (Β, Γ σημεία της ε) τότε:
  - 1) Β $\equiv$Γ 2) Β $\neq$Γ 3) ΑΒ=ΑΓ
- Ο φορέας του αποστήματος μιας χορδής είναι μεσοκάθετος:
  - 1) της χορδης 2) του αντίστοιχου τόξου 3) της διαμέτρου 4) της ακτίνας
- Ο κύκλος έχει άξονα συμμετρίας:
  - 1) το κέντρο του 2) τη διάμετρό του 3) κάθε ευθεία που διέρχεται από το κέντρο του
- Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει:
  - 1) ένα άξονα συμμετρίας 2) δύο άξονες συμμετρίας 3) άξονες συμμετρίας
- Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ορθή ή αμβλεία τότε η απέναντι πλευρά:
  - 1) είναι ίση με κάθε πλευρά 2) είναι η μεγαλύτερη πλευρά 3) δεν ξέρουμε τι είναι\
- Για τις πλευρές α,β,γ ενός τριγώνου ισχύει:
  - 1) $|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$ 2) $|\beta + \gamma| < \alpha < \beta - \gamma$ 3) $|\alpha - \gamma| < \beta < \alpha + \gamma$ 4) $\alpha > |\beta - \gamma|$
- Αν ΑΒ, ΑΓ πλάγια τμήματα ως προς μια ευθεία ε και ΑΚ κάθετο τμήμα σε αυτήν, τότε:
  - 1) ΑΒ > ΑΚ 2) ΑΒ=ΑΚ 3) ΑΒ<ΑΚ
- Αν ένα τρίγωνο έχει πλευρές ΑΒ=α, ΒΓ=3 και ΑΓ=4, τότε ισχύει:
  - 1) α=7 2) α=1 3) 1<α<7 4) α>7 5) 0<α<1
- Αν για τις γωνίες ενός τριγώνου ΑΒΓ ισχύει Α=39, Β=27 και Γ=114, τότε:
  - 1) ΑΓ >ΒΓ 2) ΑΓ >ΑΒ 3) ΑΒ<ΒΓ 4) ΑΒ >ΒΓ

ζ) Να αποδείξετε ότι

- η κάθετος που φέρεται από το κέντρο ενός κύκλου προς μια χορδή διχοτομεί τη χορδή και το αντίστοιχο τόξο της.
- τα εφαπτόμενα τμήματα που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.
- η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.

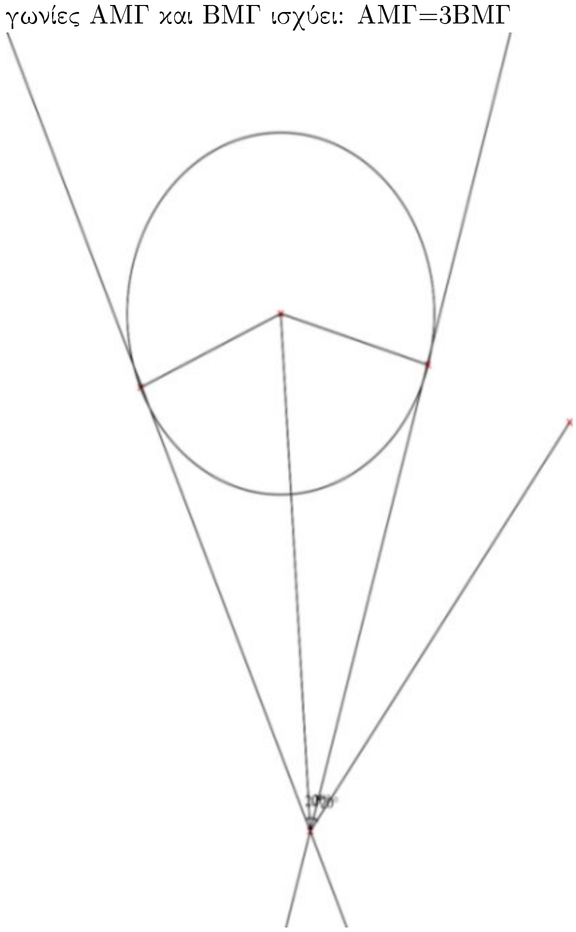
ΘΕΜΑ 2ο:

α) Έστω δυο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο το σημείο Ο. Αν φέρουμε τις χορδές ΑΒ, ΓΔ και ΖΕ του μεγάλου κύκλου ώστε να εφάπτονται στον μικρό κύκλο, να αποδείξετε ότι οι χορδές αυτές είναι ίσες μεταξύ τους.

β) Από εξωτερικό σημείο Ρ του κύκλου (Ο, Ρ) φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΡΑ και ΡΒ. Στην προέκταση του ΡΑ παίρνουμε σημείο Γ από το οποίο φέρνουμε την εφαπτομένη ΡΔ του κύκλου, η οποία τέμνει την προέκταση του ΡΒ στο Ε. Να αποδείξετε ότι:
1) ΡΓ =ΓΔ+ΑΡ

2) ΡΓ−ΓΔ=ΡΕ−ΔΕ

γ) Δίνεται το παρακάτω σχήμα, όπου ΜΑ, ΜΒ εφαπτομένες του κύκλου και ΟΒ=ΒΓ. Να αποδείξετε ότι για τις γωνίες ΑΜΓ και ΒΜΓ ισχύει: ΑΜΓ=3ΒΜΓ



δ) Δύο κύκλοι (Κ, Ρ) και (Λ, ρ) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο Α. Φέρνουμε την κοινή εξωτερική εφαπτομένη ΒΓ. Αν η εσωτερική εφαπτομένη των δύο κύκλων στο Α τέμνει τη ΒΓ στο Μ, να αποδείξετε ότι:

1) τα σημεία Α, Β, Γ βρίσκονται πάνω σε κύκλο ο οποίος εφάπτεται της διακέντρου.
2) ΒΓ <2ΚΛ

ε) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ότι α<τ, όπου τ= $\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}$, η ημιπερίμετρος του.

στ) Αν Ο το σημείο τομής των διαγωνίων ενός κυρτού τετραπλεύρου ΑΒΓΔ, να αποδείξετε ότι ΑΓ+ΒΔ>ΑΒ+ΔΓ

ζ) Σε τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε το ύψος ΑΔ κατά τμήμα ΔΕ=ΑΔ. Να αποδείξετε ότι

1) ΑΒ=ΒΕ
2) τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΕΓ είναι ίσα.

η) Θεωρούμε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ <ΑΓ και στην πλευρά ΒΓ τα σημεία Δ και Ε τέτοια, ώστε ΒΔ=ΔΕ=ΕΓ. Προεκτείνουμε την ΑΔ κατά τμήμα ΔΚ=ΑΔ και την ΑΕ κατά τμήμα ΕΛ=ΑΕ. Να αποδείξετε ότι:

1) ΑΒ=ΚΕ
2) ΛΕ=ΒΚ
3) ΓΛ=ΔΚ
4) τα σημεία Κ και Λ ισαπέχουν από τη ΒΓ.